

全港小學數學比賽
創意解難 挑戰二
樣本試題一

學校名稱：_____

總分：

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

循環小數

指引

本卷共 4 頁。全卷佔 30 分。

簡介

相信大家都認識 $\frac{1}{7} = 0.142857142857142857\dots$ 這個循環小數，其中重覆出現的數字組 142857 稱為「循環節」。將第一個循環節以後的數字全部略去，並在首末兩個數字（即“1”和

“7”）上方各添一個小點，寫成 $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ 。

任何一個分數 $\frac{n}{7}$ ($n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)，都和“142857”這個循環節有關，例如：

$$\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}。$$

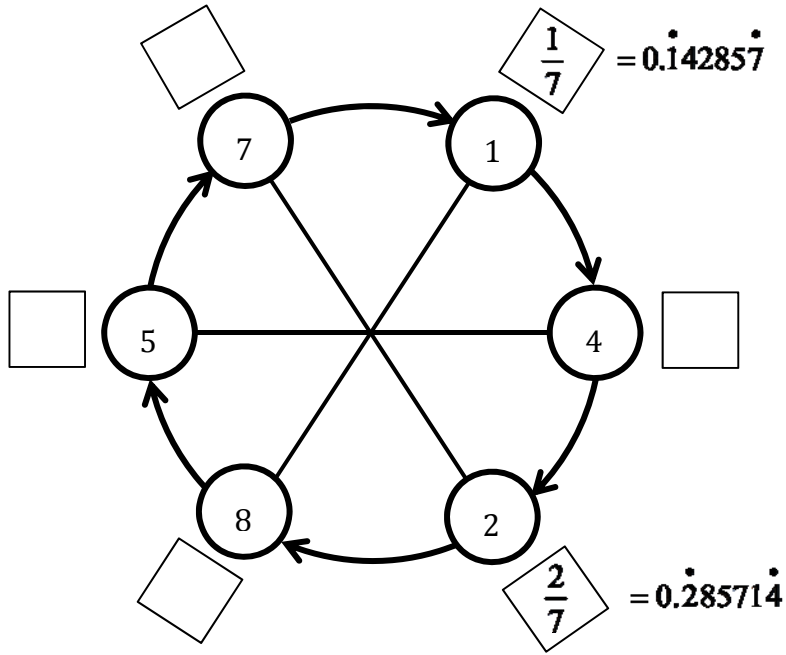
如下一頁圖 (a) 所示，將 1、4、2、8、5、7 依次以順時針方向排成一圓圈以表示這六個數字

的循環關係。由於 $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ ，其循環節以 1 為首，我們在 1 旁邊的空格內填寫 $\frac{1}{7}$ 。

同樣，由於 $\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ ，其循環節以 2 為首，我們在 2 旁邊的空格內填寫 $\frac{2}{7}$ 。

(1) 請在圖(a) 的空格內填寫適當的分數。

(4 分)



圖(a)

(2) 把以上每個分數的「循環節」中的 6 個數字分成兩組，每組均為一個三位數。假設首三個數字組成的三位數為 a ，而尾三個數字組成的三位數為 b 。完成下表，並仔細觀察，試找出 a 和 b 的關係，並以數式表達它們的關係。

(4 分)

分數	循環節	a	b	a 和 b 的關係式
$\frac{1}{7}$	142857	142	857	
$\frac{2}{7}$	285714	285	714	
$\frac{3}{7}$				
$\frac{4}{7}$				
$\frac{5}{7}$				
$\frac{6}{7}$				

- (3) 已知 $\frac{1}{17}$ 是一個有 16 位循環節的循環小數，而且將這 16 位循環節分成兩組 8 位數後，這兩個 8 位數跟上題 a 和 b 有十分類似的關係。下面給你首 8 個位數字，試寫出其餘的數字。

(2 分)

$$\frac{1}{17} = 0.\dot{0}5882352 \quad \boxed{}$$

- (4) 下面各循環小數都已列出循環節的首 8 個位數字，試寫出其餘的數字。

(4 分)

(a) $\frac{2}{17} = 0.\dot{1}1764705 \quad \boxed{}$

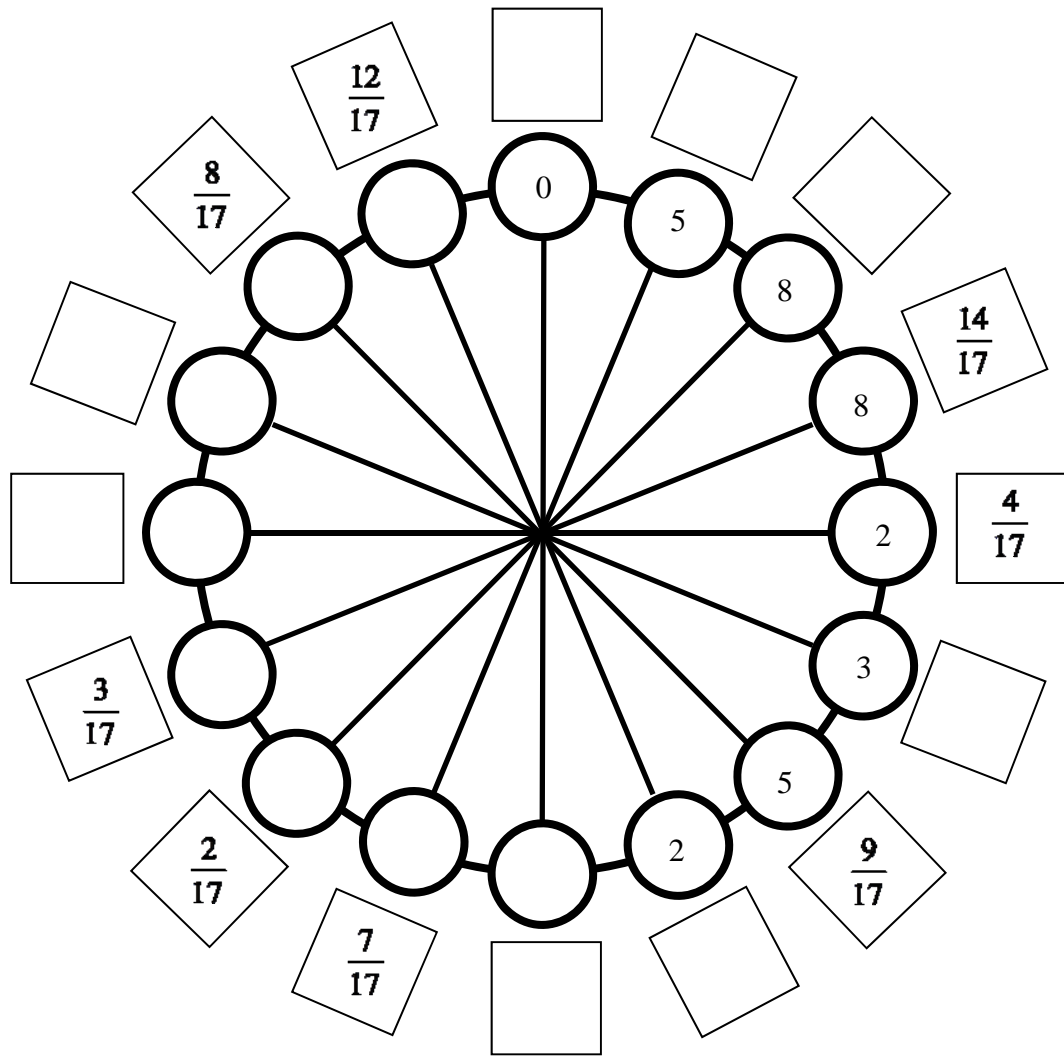
(b) $\frac{8}{17} = 0.\dot{4}7058823 \quad \boxed{}$

(c) $\frac{9}{17} = 0.\dot{5}2941176 \quad \boxed{}$

(d) $\frac{14}{17} = 0.\dot{8}2352941 \quad \boxed{}$

- (5) 為了方便記憶，偉明將循環小數 $\frac{1}{17} = 0.05882352\dots$ 的 16 位循環節以圖(a) 的方式表達並得出圖(b)。試在圖(b) 的圓圈內依次填寫循環節的其餘數字，並將適當的分數填寫在其循環節的首位數字旁邊的空格內。

(16 分)



圖(b)

全卷完