

全港小學數學比賽
創意解難 挑戰三
樣本試題二

學校名稱：_____

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

總分：

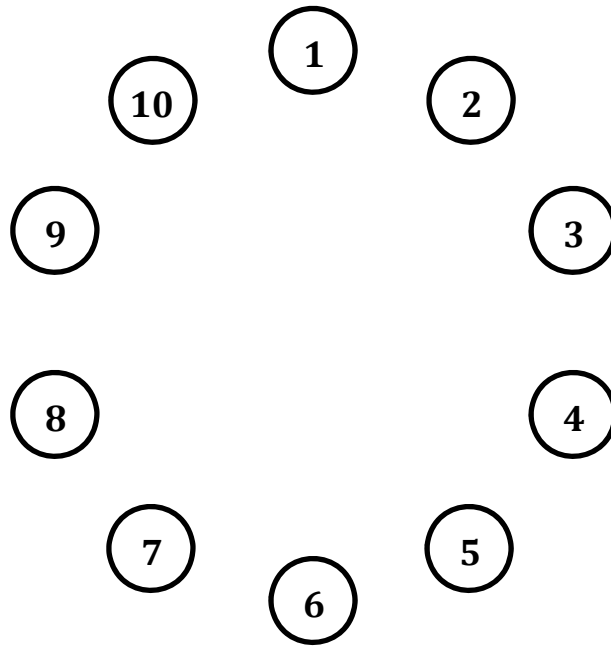
移去碟子

指引

本卷共 5 頁。全卷佔 30 分。

簡介

1. 是次任務要依順時針或逆時針的方向，把在圓圈上的碟子逐一移去。最後需找出剩下的最後一隻碟子。
2. 在此挑戰題中，同學需要認識有關次方的法則，例如：
 - $a \times a = a^2$
 - $a \times a \times a = a^3$
 - $a \times a \times a \times a = a^4$
 - $a \times a \times a \times a \times a = a^5$



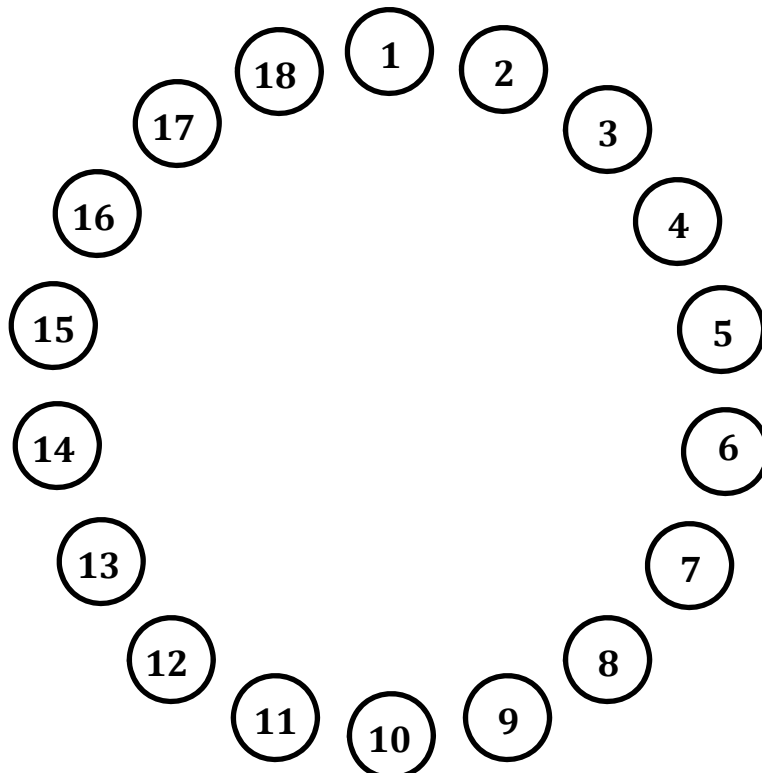
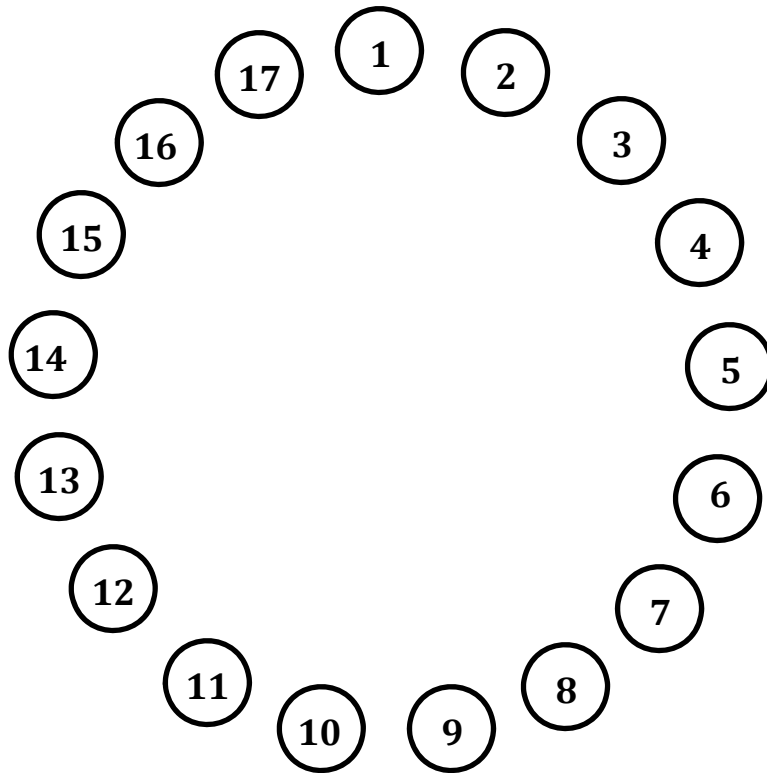
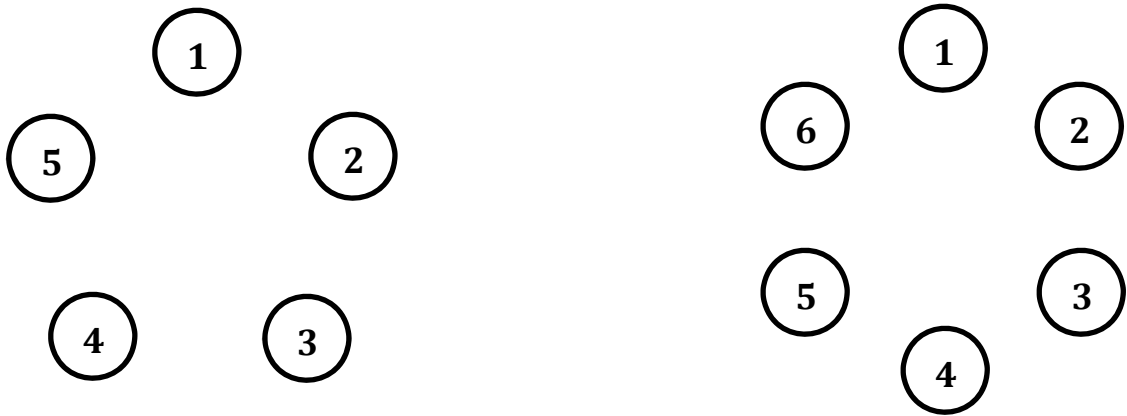
在枱上擺放了十隻編號為1至10的碟子，圍成一個圓圈。

規則：按順時針的方向先移去編號 1 的碟子，但跳過下一隻（即編號 2 的碟子），再移去隨後的一隻碟子（即編號 3 的碟子），又再跳過下一隻（即編號 4 的碟子），直至枱面上剩下一隻碟子。被移去的碟子順序為 1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 10, 8。剩下的一隻是 4。

1. 下表顯示在活動開始之先，當圓圈上分別有 2 隻, 3 隻, 4 隻, ..., 20 隻碟子時剩下最後一隻碟子的號碼。請完成下表。同學可利用下頁的圖畫作為分析工具。 (7 分)

開始時圓圈上碟子的數目	剩下一隻的號碼
2	2
3	2
4	4
5	
6	
7	
8	8
9	
10	4

開始時圓圈上碟子的數目	剩下一隻的號碼
11	6
12	8
13	10
14	
15	14
16	16
17	
18	
19	6
20	8



2. (a) 當圓圈上有 2, 4, 8 或 16 隻碟子時，在尋找最後剩下一隻的號碼時你有何發現？

(1 分)

- (b) 假設此規律將會繼續，請寫出之後的三個數。

(2 分)

3. 利用 (2) 的結果，及在 (1) 的表格中所發現的任何規律，回答下列問題：

當開始時圓圈上的碟子為以下的數目時，最後剩下的一隻碟的號碼是甚麼？

- (a) 65 隻

(2 分)

- (b) 125 隻

(2 分)

- (c) 200 隻

(2 分)

- (d) 10000 隻

(3 分)

4. 若最後剩下碟子的號碼是 10 號，試找出開始時圓圈上的碟子數目的一般結果。

(3 分)

5. 再考慮在第二頁的10隻碟子。是次將按逆時針的方向移去編號 10 的碟子，但跳過下一隻，再移去隨後的一隻碟子，又再跳過下一隻，直至枱面上剩下一隻碟子。剩下的一隻應該是 7。

(a) (i) 請寫出被移去的碟子的次序。

10, (1 分)

(ii) 若按順時針的方向先移去編號1的碟子，被移去的碟子順序為 1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 10, 8。比較這個次序與在本題 (a)(i) 部分找到的次序。試找出這兩組數字的關係。

(2 分)

(b) (i) 假設開始時圓圈上有 n 隻碟子，若按順時針的方向先移去編號 1 的碟子，最後剩下的碟子的號碼為 x 。但若按逆時針的方向先移去編號 n 的碟子，最後剩下的碟子的號碼為 y 。求聯繫 x , y 和 n 的方程。

(2 分)

(ii) 若按逆時針的方向先移去編號 100 的碟子，求最後剩下的碟子的號碼。

(3 分)

全卷完